



Permeation of Water Through Fiber-Reinforced Polymers

Said Bentis and Ali El Afif

EasyChair preprints are intended for rapid dissemination of research results and are integrated with the rest of EasyChair.

January 22, 2020

Said BENTIS

Ali EL AFIF *

Laboratoire d'Innovation en Sciences, Technologies et Modélisation (LISTM).
Département de Physique.
Université Chouaib Doukkali. El Jadida. Maroc

* Auteur correspondant :
alieafif2005@yahoo.fr

PERMEATION DE L'EAU DANS UN POLYMERE RENFORCE DE FIBRES

Résumé : Cette étude examine le processus de perméation d'un solvant à travers un polymère renforcé de fibres et dont la direction est aléatoire. Le modèle mathématique que nous avons développé comprend trois EDP non linéaires qui intègrent le couplage entre le transport de masse de petites molécules et les changements dynamiques de la structure interne du matériau composite (Fibres + Polymère). L'influence de l'orientation des fibres ainsi que leur fraction volumique sont mises en évidence. Nous généralisons la première loi de Fick par l'addition de deux nouveaux termes non-Fickiens. Parmi les résultats obtenus, nous présentons les profils de concentration, du gonflement et du flux de perméation.

Mots clés : Fibres - Polymère - Perméation - Flux – Non-Fickienne.

1. Introduction

Un polymère renforcé de fibres (PRF) est un matériau composite constitué d'une matrice en polymère renforcée par de fines fibres à haut module. La diffusion de petites molécules (H_2O , O_2 , CO_2) dans des systèmes polymères renforcés de fibres revêt une grande importance dans de nombreuses applications industrielles. Aujourd'hui, le renforcement du polymère par des fibres, naturelles ou synthétiques, constitue une voie explorée dans le domaine des matériaux composites offrant une solution alternative et complémentaire aux matériaux utilisés conventionnellement dans plusieurs secteurs de l'industrie, notamment de l'aéronautique et l'aérospatiale, de l'automobile et du ferroviaire, de la robotique, du maritime et plus récemment du génie civil [1, 2]. Le comportement mécanique de ces matériaux composites dépend de plusieurs facteurs qui sont : le type de fibres, leur fraction volumique et le type de la matrice.

Dans ce travail, l'étude se concentre sur le processus de perméation d'un solvant à travers un polymère renforcé de fibres et dont la direction est aléatoire. Le modèle consiste en un ensemble d'équations différentielles partielles non linéaires dont la forme sans dimension comprend un nombre de Deborah et une constante de couplage. Notre objectif est de discuter l'influence de la fraction volumique des fibres ainsi que leur orientation sur le comportement de la diffusion de l'eau dans un polymère renforcé de fibres.

2. Equations d'évolution

Le système étudié est un mélange ternaire constitué d'un solvant et d'un milieu polymérique renforcé de fibres. Le processus de la diffusion étudié est celui qui correspond exclusivement à l'interpénétration entre le solvant et le polymère renforcé des fibres (PRF). Dans cette perspective, les variables d'état que nous choisissons d'utiliser pour décrire notre système sont : la fraction massique c (r, t) du solvant et le tenseur d'orientation d'ordre de la fibre \mathbf{a} (r, t). Vu que le processus de

perméation est unidirectionnel en particulier à travers un film mince, le tenseur \mathbf{a} n'a que deux composantes a_1 et a_2 suivant les directions principales. En résumé, l'ensemble des variables d'état pour décrire le phénomène de la diffusion dans ce milieu complexe est :

$$(c, a_1, a_2) \quad (1)$$

En généralisant la première loi de Fick, on écrit que la densité du flux de masse est de la forme :

$$J = -\rho D' \frac{\partial \mu}{\partial x} \quad (2)$$

ρ est la densité volumique constante du système global, D' est le coefficient de diffusion, x est la variable d'espace indiquant la direction de perméation et μ est le potentiel chimique du solvant [3, 4]. Utilisant la règle de dérivation par chaîne, nous écrivons le flux de diffusion suivant la direction x sous la forme :

$$J = -\rho D(c) \left(\frac{\partial c}{\partial x} + A_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} + A_2 \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) \quad (3)$$

qui fait apparaître la diffusivité et deux constantes de couplage :

$$D = -D' \left(\frac{\partial \mu}{\partial a_1} \right) \quad (4)$$

$$A_1 = \left(\frac{\partial \mu}{\partial a_1} \right) / \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)$$

$$A_2 = \left(\frac{\partial \mu}{\partial a_2} \right) / \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)$$

qui sont deux fonctionnelles dépendant des variables d'état c et a_i et qui couplent la diffusion aux changements dynamiques de l'orientation des fibres et de la déformation. L'équation de continuité du solvant dans le polymère renforcé de fibres se lit comme suit :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(c) \left(\frac{\partial c}{\partial x} + A_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} + A_2 \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) \right) \quad (5)$$

Dans Eq. (5) $D(c) = D_0 \exp(k_D c)$ est la diffusivité et k_D est un paramètre de plastification du matériau.

Mentionnons que thermodynamiquement, la diffusion Fickienne est décrite par une seule variable d'état à savoir la concentration c du solvant. Pour fermer le système d'équations, nous introduisons les équations d'évolution pour les variables structurales a_1 et a_2 . L'équation d'évolution de a_1 est

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial t} = & -\frac{D(c)}{1-c} \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial c}{\partial x} + A_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} + A_2 \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) \frac{\partial a_1}{\partial x} \right) \\ & + \left(\frac{2a_1 a_2}{\text{tr } a} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D(c)}{1-c} \left(\frac{\partial c}{\partial x} + A_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} + A_2 \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) \right) \\ & - \frac{1-c}{\tau_a} (a_1 - a_{1\text{eq}}) \end{aligned} \quad (6)$$

L'équation d'évolution de a_2 est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_2}{\partial t} = & -\frac{D(c)}{1-c} \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial c}{\partial x} + A_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} + A_2 \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) \\ & - \frac{2a_2(a_1+a_2)}{\text{tr } a} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D(c)}{1-c} \left(\frac{\partial c}{\partial x} + A_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} + A_2 \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) \right) \\ & - \frac{1-c}{\tau_a} (a_2 - a_{2\text{eq}}) \end{aligned} \quad (7)$$

3. Analyse adimensionnelle

Nous mettons à l'échelle les équations du modèle en utilisant les transformations suivantes :

$$X = x/\ell \quad \theta = t/\tau_d \quad (8)$$

Par les quantités ℓ et τ_d , on désigne respectivement la longueur caractéristique du milieu et le temps caractéristique de la diffusion. De même, nous définissons les grandeurs sans dimension pour les variables d'état comme suit :

$$\tilde{c} = \frac{c}{c_{\text{eq}}} \quad \tilde{a}_1 = \frac{a_1}{L_0^2} \quad \tilde{a}_2 = \frac{a_2}{L_0^2} \quad (9)$$

Ici, c_{eq} est la fraction de masse d'équilibre, L_0 représente la longueur initiale de la fibre. D'après l'analyse dimensionnelle des quatre équations, on voit apparaître le nombre de Deborah de diffusion défini comme suit :

$$De_a = \frac{\tau_a}{\tau_d} \quad (10)$$

Le nombre de Deborah de diffusion est le rapport entre le temps caractéristique de relaxation et le temps caractéristique de diffusion [5]. Lorsque De est comparable à l'unité, la diffusion s'écarte des prédictions de la théorie parabolique de Fick et devient non-Fickienne ou viscoélastique. Il apparaît également dans les équations normalisées le groupe sans dimension de paramètres physiques:

$$g_a = \frac{G_f \phi \Omega_s}{R T} \quad (11)$$

Où R est la constante de gaz, Ω_s est le volume molaire du solvant, ϕ est la fraction volumique des fibres. Les conditions aux limites utilisées pour résoudre numériquement les équations d'évolutions sans dimension sont :

$$\begin{aligned} \theta = 0 \quad 0 < X \leq 1 \quad \tilde{c} = 0 \\ \tilde{a}_1 = 1/3 \quad \tilde{a}_2 = 1/3 \\ \forall \theta \quad X = 0 \quad \tilde{c} = 1 \\ \tilde{a}_1 = \tilde{a}_{1\text{eq}} \quad \tilde{a}_2 = \tilde{a}_{2\text{eq}} \\ X=1 \quad \tilde{c} = 0 \\ \tilde{a}_1 = 1/3 \quad \tilde{a}_2 = 1/3 \end{aligned} \quad (12)$$

Le flux massique est calculé à la sortie en utilisant l'expression Non-Fickienne suivante :

$$\tilde{J} = -\tilde{D}(c) \left(\frac{\partial \tilde{c}}{\partial X} + g_a \tilde{A}_1 \frac{\partial \tilde{a}_1}{\partial X} + g_a \tilde{A}_2 \frac{\partial \tilde{a}_2}{\partial X} \right) \Big|_{X=1} \quad (13)$$

qui implique les fonctionnelles normalisées: $\tilde{D}(c) = \exp(k_D (c - 1))$, $\tilde{A}_1 = A_1/g_a$ et $\tilde{A}_2 = A_2/g_a$.

4. Résultats et discussion

Dans le cas de la perméation d'un solvant dans un milieu polymérique renforcé des fibres (PRF) de direction aléatoire, nous avons résolu les équations différentielles partielles en utilisant la méthode des différences finies. Les profils de la concentration normalisée en fonction de l'épaisseur normalisée sont montrés dans la figure 1.

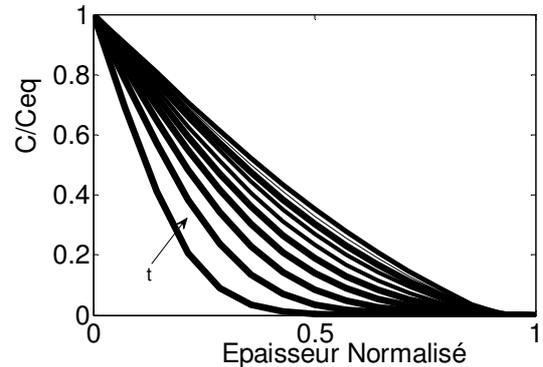


Figure 1 : Concentration Normalisée en fonction de l'épaisseur normalisée pour $De = 0.02$ et $g_a = 259$

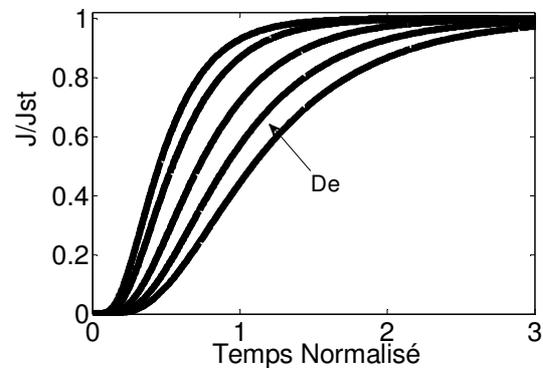


Figure 2 : Flux massique de perméation normalisé instationnaire de l'eau dans un polymère renforcé de fibres pour ($De=0.002, 0.02, 0.2, 1.2$ et 2) en fonction du temps normalisé

La figure 2 montre le flux massique normalisé $\bar{J} = (J/J_{st})$ de l'eau en fonction du temps normalisé, où J_{st} est le flux massique en régime permanent.

Le gonflement du film du polymère renforcé de fibres en présence de l'eau est un phénomène d'une grande importance théorique et pratique, ayant par exemple des applications dans les transferts de masse, les séparations par membrane, l'extraction organique. Dans le domaine des polymères, le gonflement est une méthode standard pour déterminer la densité de réticulation.

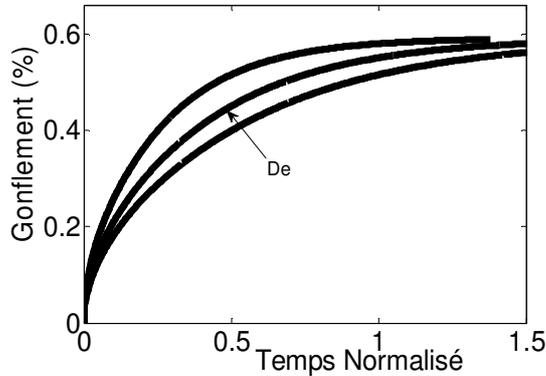


Figure 3 : Gonflement de la membrane du polymère renforcé de fibres en fonction du temps normalisé pour $D_e = 0.02, 0.2$ et 0.4 avec $g_a = 259$.

L'impact de la variation du pourcentage de l'eau dans le polymère renforcé de fibres dont la direction aléatoire est clairement visible sur le flux de perméation et celle du gonflement.

4. Conclusion

Dans cette contribution, nous étudions les implications d'un modèle non-Fickian qui prend en compte la contribution de la microstructure sur le transport de masse et réciproquement. Les équations d'évolution et constitutives régissant l'évolution du transport de masse et de la meso-structure incorporent explicitement les changements d'orientation des fibres. L'étude dimensionnelle fait apparaître deux groupes sans dimension de paramètres physiques caractérisant le système considéré : g_a décrivant le couplage entre la diffusion et l'orientation et D_e reliant les temps caractéristiques de relaxation des fibres et de la diffusion. Nous avons calculé le flux massique de perméation transitoire du l'eau dans un polymère renforcé de fibres et dont la direction aléatoire.

Référence

- [1] S. Melais, D. Achoura, R. Joubertie, Comportement mécanique des plaques en béton de sable renforcé de fibres métalliques, Annales de bâtiments et travaux publics, Editions ESKA, 2011.
- [2] G. chanvillard, Analyse expérimentale et modélisation micromécanique du comportement des fibres d'acier tréfilées ancrées dans une matrice cimentaire, Etude et recherches du LPC, 12, 1993.

- [3] A. El Afif and M. Grmela, Non-Fickian mass transport in polymers, *J. Rheol.*, Volume 46, Number 3, Page 591, 2002.
- [4] P. Flory. Principle of *Polymer Chemistry*; Cornell University Press: Ithaca, NY, 1953.
- [5] A. El Afif, D. De Kee, R. Cortez, D.P. Graver 3, Dynamics of complex interfaces.1. Rheology and diffusion, *Journal of Chemical Physics*. 118 (22) 10227-10243, 2003.