



On the use of the superelement method for calculating the critical speeds of steam turbine rotors

Aleksandr Sukhanov, Sergei Shabailov and Leonid Borodich

EasyChair preprints are intended for rapid
dissemination of research results and are
integrated with the rest of EasyChair.

June 14, 2020

К использованию метода суперэлементов для расчета критических скоростей роторов паровых турбин

Александр Суханов^{1,}, Сергей Шабайлов¹, Леонид Бородич¹*

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Аннотация. При конструировании и эксплуатации современных паротурбинных установок ТЭЦ и АЭС особое внимание уделяется вопросам вибрационной надежности роторов турбин. Вибрационная надежность ротора во многом определяется точностью расчетной оценки его критических скоростей. Целью настоящей работы является освоение и верификация методики расчета критических скоростей роторов турбин, основанной на использовании так называемых суперэлементов (СЭ) [1].

1 Введение

Сегодня собственные частоты важнейших элементов турбины определяются в программных пакетах, использующих метод конечных элементов (КЭ) [1]. Этот алгоритм широко известен и позволяет получить результат с высокой точностью. Однако у метода КЭ имеется недостаток, затрудняющий его использование при расчете собственных частот всего валопровода паротурбинной установки. Указанный недостаток заключается в чрезмерно большом объеме вычислений. Использование метода суперэлементов (СЭ) позволяет существенно сократить объем вычислений и делает возможным проведение расчетов критических скоростей многоопорного ротора паровых турбин на «обычном» компьютере.

Хотя метод суперэлементов известен довольно давно [2,3,4], особенности его практической реализации, в частности, для вычисления собственных частот роторов паровых турбин освещены в научно-технической и учебной литературе недостаточно полно.

2 Методы

Метод суперэлементов (СЭ) наряду с другими методами реализован в известных программных пакетах NASTRAN [5] и ANSYS, а также в специализированной программе Dynamic Rotor Bearing System (DyRoBeS) [6]. В программе DyRoBeS метод суперэлементов (СЭ) является основным, что позволяет успешно решать различные сложные задачи обеспечения вибрационной надежности роторов, в том числе многоопорных роторов паровых турбин.

Все расчеты, результаты которых приведены ниже, были выполнены в академической (ограниченной) версии программы DyRoBeS. В этой версии программы максимальное количество суперэлементов было ограничено четырьмя ($\text{max allowable FEA station} = 5$), а

максимальное суммарное число подэлементов во всех суперэлементах модели ограничено десятью (max allowable number of subelements = 10).

Несмотря на существенные ограничения указанной версии программы (а может быть и благодаря этому), проведенные расчеты собственных частот роторов паровой турбины позволили прояснить несколько важных с точки зрения практических расчетов вопросов:

1. Расчеты в программе DyRoBeS позволили оценить уровень точности метода суперэлементов по сравнению с более точным методом конечных элементов, ограничиваясь двумя низшими формами ротора.
2. Результаты, полученные в программе DyRoBeS, позволили определить наиболее рациональный с точки зрения точности подход к разделению объема ротора на суперэлементы.

Расчетные исследования проводились на двух моделях роторов: на модели ротора цилиндра среднего давления (СД) и модели ротора цилиндра низкого давления (НД) крупной паротурбинной установки К-800-240/3000 (рис.1). Из-за ограниченности ресурсов расчетные модели указанных роторов не включали рабочие лопатки.

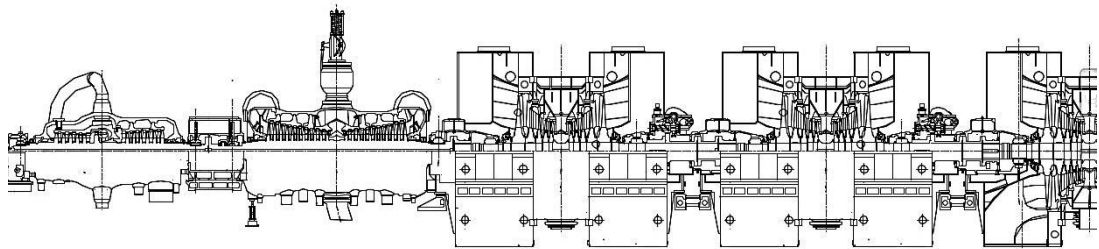


Рис.1. Конденсационная паровая турбина К-800-240/3000 [7]

Приведем описание геометрии модели ротора СД (рис.2) и его разделение на суперэлементы. Назовем эту расчетную модель ротора СД - **моделью №1**. Разделение на суперэлементы в модели №1 выполняется в специальном окне «Shaft Elements» (рис.3) исходных данных (Rotor Bearing System Data) программы DyRoBeS [6].

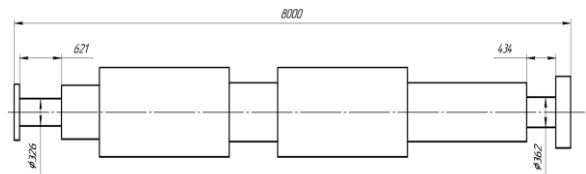


Рис.2. Размеры модели ротора цилиндра среднего давления

Rotor Bearing System Data

Axial Forces

Static Loads

Constraints

Misalignments

Shaft Bow

Time Forcing

Harmonic Excitation

Torsional/Axial

Units/Description

Material

Shaft Elements

Disks

Unbalance

Bearings

Supports

Foundation

User's Elements

Shaft: 1 of 1

Starting Station #: 1

Add Shaft

Del Shaft

Previous

Next

Speed Ratio: 1

Axial Distance: 0

Y Distance: 0

Import *.xls

Export *.xls

Comment: Shaft 1

	Ele	Sub	Mat	Lev	Length	Mass ID	Mass OD	Stiff ID	Stiff OD	Comments	
1	1	1	1	0	80	0	668	0	668		
2	1	2	1	0	310	0	326	0	326		
3	2	1	1	0	310	0	326	0	326		
4	3	1	1	0	564	0	636	0	636		
5	3	2	1	0	1925	0	1062	0	1062		
6	3	3	1	0	722	0	699	0	699		
7	3	4	1	0	1925	0	1062	0	1062		
8	3	5	1	0	1768	0	699	0	699		
9	3	6	1	0	217	0	362	0	362		
10	4	1	1	0	217	0	362	0	362		
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											

Insert Row

Delete Row

ReNumber

Copy & Paste

Unit: (4) - Length, Diameter: mm

Save

Save As

Close

Help

Рис.3. Окно «Shaft Elements» для ротора СД в программе DyRoBeS [6]

Расположение опор и задание их жесткости выполнялось в специальном окне «Bearings», приведенном на рис.4. Величины жесткостей опор заданы равными $1 \cdot 10^6$ Н/мм.

Рис.4. Окно «Bearings» для опор ротора СД в программе DyRoBeS [6]

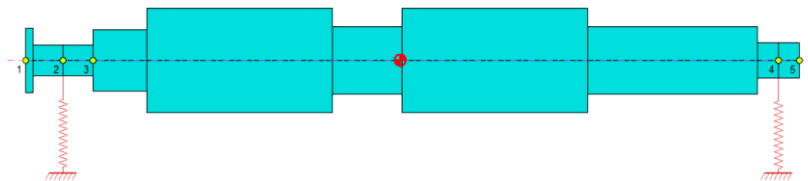


Рис.5. Суперэлементная модель ротора СД (**модель №1**), созданная в программе DyRoBeS

Созданная суперэлементная модель ротора СД (**модель №1**) представлена на рис.5. Здесь желтыми точками с номерами показаны границы суперэлементов; красная точка – центр масс ротора [6]. Модель имеет опоры, расположенные в точках 2 и 4.

Характерной особенностью разбиения ротора СД на СЭ является то, что основная (средняя) часть ротора моделируется всего лишь одним суперэлементом; три других суперэлемента сконцентрированы около опор (см. рис.5).

Приведем описание модели ротора НД (ротора цилиндра низкого давления) и его разделение на суперэлементы. Назовем эту расчетную модель ротора НД - **моделью №2**. Разделение на суперэлементы в модели №2 были выполнены в специальном окне «Shaft Elements» (рис.6) исходных данных (Rotor Bearing System Data) [6].

Расчет методом СЭ в программе DyRoBeS модели ротора НД (**модель №2**) выполнялся при жесткости опор $1 \cdot 10^6$ Н/мм. Жесткость опор для модели №2 задавалась в соответствующем меню, приведенном на рис.3. Для сопоставимости результатов расчетов жесткость опор во всех моделях была принята одинаковой. Одинаковой во всех моделях был принят и материал ротора (плотность 7800 кг/м^3 , коэффициент Пуассона 0.3 и т.д.).

Модель ротора НД (**модель №2**) для расчета методом СЭ представлена на рис.7. Модель ротора НД для расчета методом СЭ (**модель №2**), изображенная на рис.7, существенно отличается от аналогичной модели ротора СД (**модель №1**) (рис.5). Здесь имеются в виду не столько геометрические отличия, сколько существенное отличие в распределении суперэлементов вдоль длины ротора. Модель ротора НД имеет два суперэлемента между опорами, а соответствующая модель ротора СД имеет по сути один СЭ. Как модель №1, так и модель №2 характеризуются наличием 4 суперэлементов при суммарном числе подэлементов, равном 10 и 9 соответственно.

Axial Forces		Static Loads		Constraints		Misalignments		Shaft Bow		Time Forcing		Harmonic Excitation		Torsional/Axial			
Units/Description		Material		Shaft Elements		Disks		Unbalance		Bearings		Supports		Foundation		User's Elements	
Shaft: 1 of 1		Starting Station #: 1		Add Shaft		Del Shaft		Previous		Next							
Speed Ratio: 1		Axial Distance: 0		Y Distance: 0		Import *.xls		Export *.xls									
Comment:																	
Ele	Sub	Mat	Lev	Length	Mass ID	Mass OD	Stiff ID	Stiff OD	Comments								
1	1	1	1	0	615	0	576	0	576								
2	1	2	1	0	600	0	522	0	522								
3	2	1	1	0	600	0	522	0	522								
4	2	2	1	0	1749	0	1590	0	1590								
5	2	3	1	0	590	0	654	0	654								
6	3	1	1	0	1749	0	1590	0	1590								
7	3	2	1	0	600	0	522	0	522								
8	4	1	1	0	600	0	522	0	522								
9	4	2	1	0	615	0	576	0	576								
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
Insert Row		Delete Row		ReNumber		Copy & Paste		Unit (4) - Length, Diameter, mm									

Рис.6. Окно «Shaft Elements» для ротора НД в программе DyRoBeS [6]

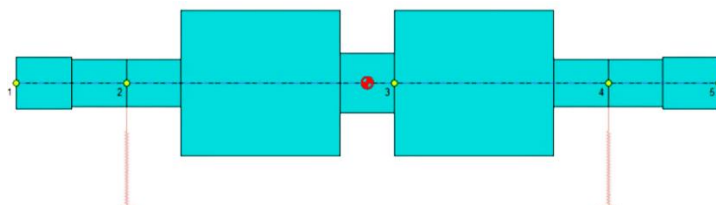


Рис.7. Суперэлементная модель ротора НД (модель №2), созданная в программе DyRoBeS.

Тип решаемой задачи по расчету моделей №1 и №2 с помощью метода СЭ – анализ критических скоростей (Critical Speed analysis) при поперечных колебаниях ротора (Lateral Vibration) [6]. Задание указанного типа задачи позволяет определить формы и собственные частоты роторов СД и НД.

Точность определения собственных частот роторов СД и НД методом СЭ определялась путем сопоставления с результатами соответствующих расчетов конечноэлементных моделей этих же роторов в программе ANSYS. Последние упомянутые расчеты выполнялись методом конечных элементов (КЭ).

На рис.8 представлена твердотельная модель ротора СД, на которой видны места расположения подшипников. Данная 3D модель ротора СД создавалась для расчета частот собственных колебаний в программе ANSYS методом КЭ. Расчетная модель ротора СД (модель №3) разбивается на более чем 8000 трехмерных 4-узловых конечных элементов в виде тетраэдра (рис.9).

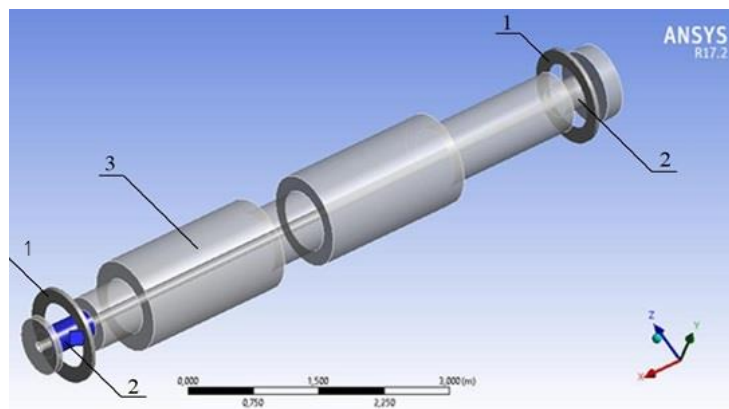


Рис.8. 3D модель ротора СД (модель №3): 1 – подшипник; 2- шейки; 3 – ротор.

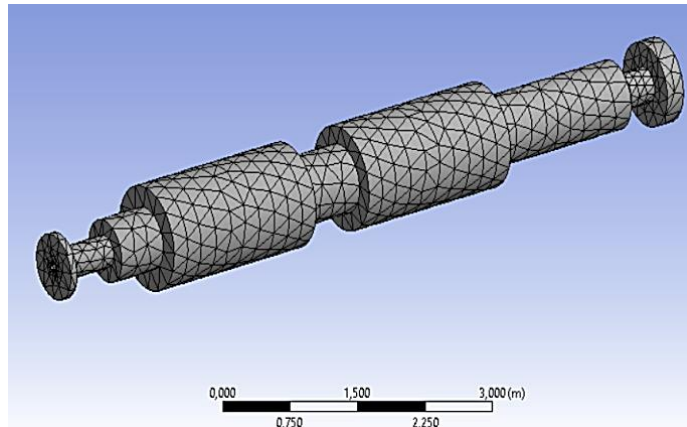


Рис.9. Расчетная модель ротора СД методом КЭ (модель №3)

С целью сопоставлений в программе ANSYS была создана 3D модель ротора НД (моделью №4).. Указанная модель изображена на рис. 10. Геометрические параметры модели №4 близки геометрии модели №2. Сгенерированная сетка КЭ модели ротора НД (модели №4) характеризуется следующими параметрами: модель содержит конечные элементы в виде тетраэдров; количество конечных элементов равно 9400.

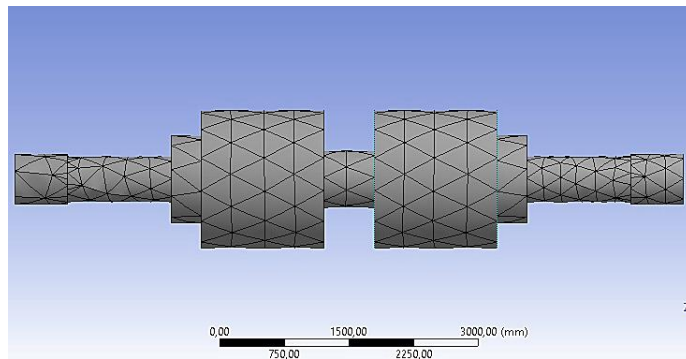


Рис.10. Расчетная модель ротора НД методом КЭ (модель №4):

Определение собственных частот и форм моделей №3 и №4 с помощью метода КЭ осуществлялось в разделе Modal программы ANSYS WB.

Таким образом, в этом разделе были описаны четыре расчетных модели – две модели ротора СД (модель №1 и №3) и две модели ротора НД (модель №2 и №4). Расчетные модели №1 и №2 предназначены для расчета методом СЭ в программе DyRoBeS. Расчетные модели №3 и №4 предназначены для расчета методом КЭ в программе ANSYS WB. Результаты двух последних расчетов будем считать базовыми (эталонными).

В следующем разделе приведены результаты расчетов собственных частот моделей роторов, приведен анализ и сопоставление полученных результатов.

3. Результаты и обсуждение

Для верификации результатов расчёта моделей №1 и №2 с применением суперэлементов используем результаты, полученные на конечно-элементных моделях №3 и №4. Отметим, что сравниваемые модели имеют идентичную геометрию и жесткость опор, поэтому отличие в результатах будет характеризовать только влияние методов расчета (КЭ и СЭ). На рис.11 представлены две низшие формы и частоты собственных колебаний ротора СД, полученные методом суперэлементов (модель №1). На рис.12 представлены две низшие формы и частоты собственных колебаний ротора СД, полученные методом конечных элементов (модель №3).

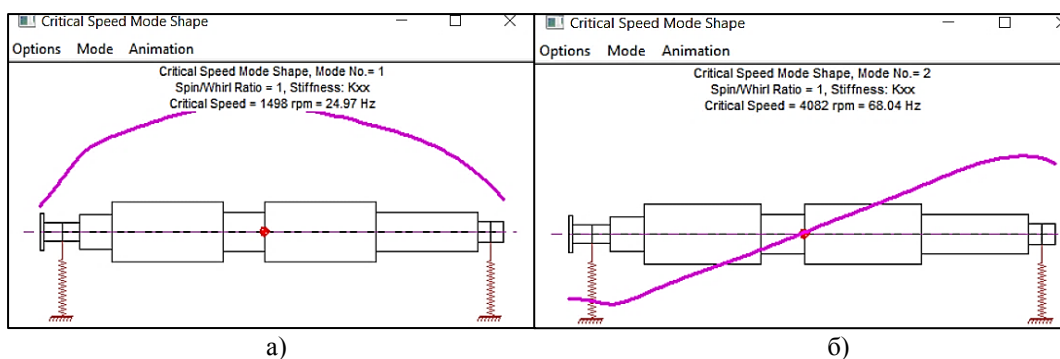


Рис.11. Формы и критические скорости ротора СД, полученные методом СЭ (модель №1):
а) первая форма изгибных колебаний; б) вторая форма изгибных колебаний

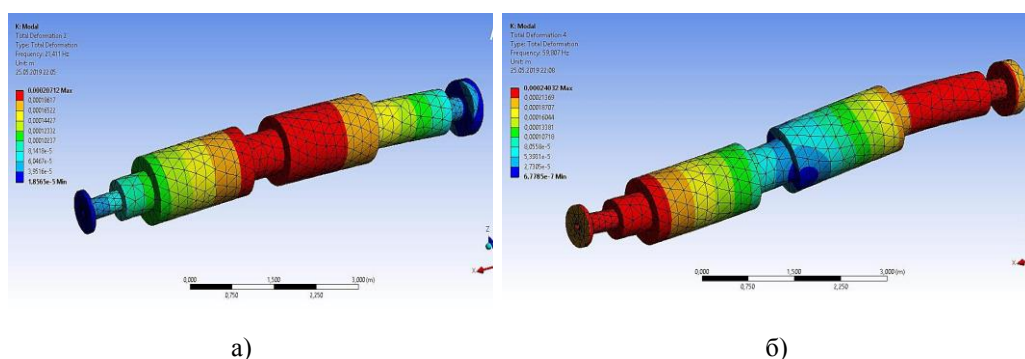


Рис.12. Формы и критические скорости ротора СД, полученные методом КЭ (модель №3):
а) первая форма изгибных колебаний; б) вторая форма изгибных колебаний

Результаты расчета собственных частот моделей ротора СД (модели №1 и №3) сведены в таблицу 1.

Таблица 1: Частоты собственных колебаний ротора СД

Форма колебаний	Программа, метод расчета, расчетная модель		Разница, %
	DyRoBeS, метод СЭ, модель №1	ANSYS, метод КЭ, модель №3	
Первая	25 Гц	21,4 Гц	14%
Вторая	68 Гц	59,8 Гц	12%

На рис.13 представлены низшая форма и частота собственных колебаний ротора НД, полученные методом суперэлементов (модель №2). На рис.14 представлена низшая форма и частота собственных колебаний ротора НД, полученные методом конечных элементов (модель №4).

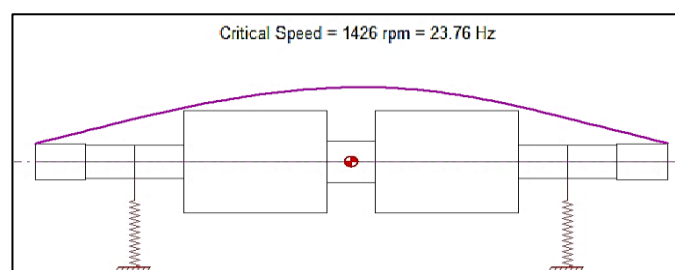


Рис.13. Низшая форма и соответствующая критическая скорость ротора НД, полученная методом СЭ (модель №2)

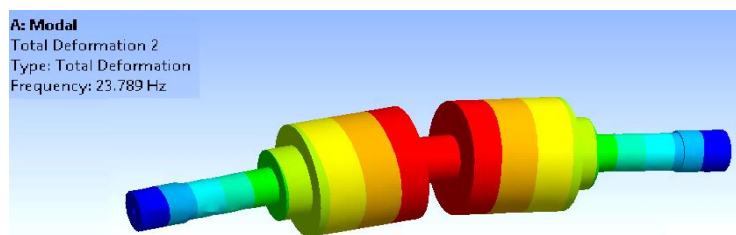


Рис. 14. Низшая форма и соответствующая собственная частота ротора НД, полученная методом КЭ (модель №4)

Результаты расчета собственных частот моделей ротора НД (модели №2 и №4) сведены в таблицу 2.

Таблица 2: Частоты собственных колебаний ротора НД

Форма колебаний	Программа, метод расчета, расчетная модель		Разница, %
	DyRoBeS, метод СЭ, модель №2	ANSYS, метод КЭ, модель №4	
Первая	23,76 Гц	23,79 Гц	0,1%
Вторая	49,65 Гц	51,03 Гц	2,7%

Анализируя расчетные данные, приведенные в таблицах 1 и 2, можно сделать вывод о том, что оба метода (СЭ и КЭ) для сопоставляемых моделей роторов дают близкие значения собственных частот. Особенно это касается моделей №2 и №4, где расхождение между значениями частот двух низших форм не превышает 3%.

Сопоставляя расчетные данные, приведенные в таблицах 1 и 2, можно сделать вывод о том, что наличие уже двух суперэлементов между опорами в расчетной модели ротора (модель №2) позволяет существенно (на порядок) повысить точность определения частот низших форм ротора по сравнению с моделью №1, где между опорами имеется практически один суперэлемент.

Обобщая полученный результат, а также учитывая материалы работы [6], можно считать, что наличие 4...6 суперэлементов между опорами ротора паровой турбины позволит с погрешностью менее 2% выполнять его вибрационную отстройку. (Сказанное относится прежде всего к роторам цилиндров высокого и среднего давлений).

Пример вибрационной отстройки рассмотренного ротора цилиндра низкого давления отображен на рис.15. Выполненные расчеты собственных частот ротора НД (модель №3 и №4) позволили построить вибрационную диаграмму этого ротора в координатах «Собственные частоты, Гц – Жесткость подшипников, Н/м» для двух низших форм.

Из приведенной на рис.15 диаграммы видно, что небольшая разница в оценке частот, полученная методами КЭ и СЭ, имеет место в основном по второй форме и эта разница нарастает с увеличением жесткости опор. Последнее согласуется с суждениями о том, что при малой жесткости опор ротор колеблется как твердого недеформируемое тело и деформации средней части ротора не имеют большого значения. В этом случае разница между моделями КЭ или СЭ мала. Наоборот, при большой жесткости опор максимальная деформация имеет место в средних сечениях ротора. В последнем случае будет иметь место некоторое различие в значениях собственных частот, найденных по моделям КЭ и СЭ.

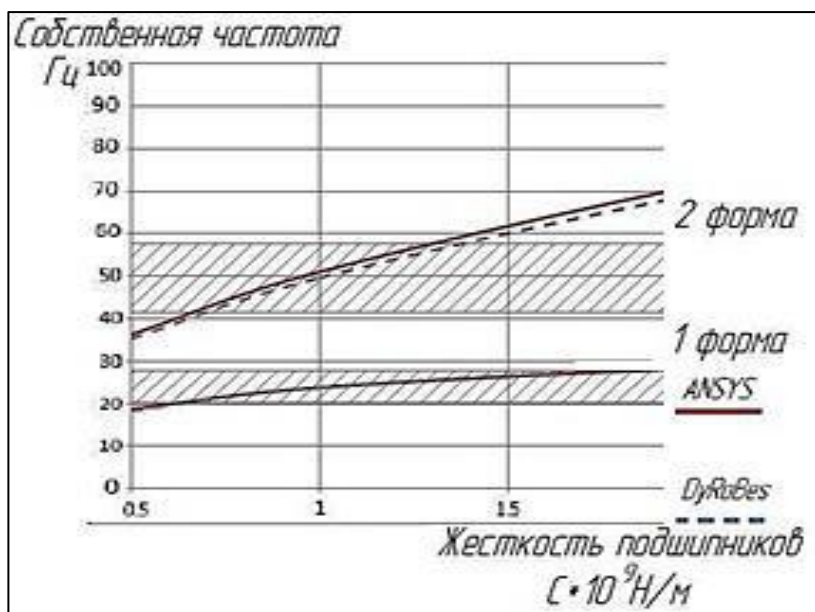


Рис.15. Вибрационная диаграмма ротора НД (модель №2 и №4)

Полученные результаты по сопоставлению метода СЭ и метода КЭ принципиально совпадают с результатами работ [8]. В указанных работах расхождение результатов расчета по указанным методам при определении статической деформации конструкции не превысило 6%. При этом применение метода СЭ по сравнению с методом КЭ позволило получить существенное (на порядок) уменьшение времени расчета конструкции [8,9,10].

4.Выводы

- 1.Использование метода суперэлементов (СЭ) по сравнению с методом конечных элементов (КЭ) приводит к существенной экономии памяти компьютера и сокращает время расчета собственных частот роторов паровых турбин.
- 2.Экономия в объеме вычислений видна из сопоставления количества элементов, на которые разбивается модель ротора цилиндра низкого давления: в методе КЭ (ANSYS) модель ротора содержит 9400 конечных элементов, а в методе СЭ (DyRoBeS) модель ротора содержит 4 суперэлемента при суммарном количестве подэлементов, равном 9.
- 3.Существенное уменьшение количества рассчитываемых элементов в методе СЭ позволяет экономить память компьютера. Образовавшийся резерв памяти компьютера позволяет выполнять сложные расчеты динамики многоопорных роторов, не доступные при использовании метода конечных элементов.
4. Умеренное число суперэлементов между опорами паровой турбины (4...6 шт.) обеспечивает высокую точность метода суперэлементов. Наличие даже двух СЭ между опорами (по сравнению с одним СЭ) существенно повышает точность определения двух низших собственных частот ротора и позволяет с точностью 2.5% обеспечить вибрационную отстройку одиночного ротора паровой турбины.
- 5.С учетом указанных выше особенностей метод СЭ можно рекомендовать для расчета собственных частот многоопорных роторов паровых турбин.

References

1. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин: учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский дом МЭИ, 2007. – 476 с.
2. Постнов В. А. Метод суперэлементов в расчётах инженерных сооружений / В. А. Постнов. – Л.: Судостроение, 1979. – 228 с.
3. Шабров Н.Н., Заблочная И.Н. Программная система трехмерного суперэлементного анализа поля напряжений для оценки прочности деталей энергооборудования сложной геометрической формы. Труды ЦКТИ /НПО ЦКТИ. – Л., 1989. – Вып. 264. - С.45-49.

4. Шабров Н.Н., ЗаблOCKая И.Н. Расчет трехмерного напряженно-деформационного состояния в диафрагмах турбомашин методом суперэлементов. Труды ЦКТИ /НПО ЦКТИ. – Л., 1990. – Вып. 265. С.43-47.
5. SIEMENS. Superelement User's Guide. Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. 2017.
6. DyRoBeS© Manual | Rotor. (Published by <http://dyrobes.com/>)
7. Щегляев А.В. Паровые турбины. Теория теплового процесса и конструкция турбин: учебн. для вузов. В 2 кн. Кн.1.- 6-е издание, перераб., доп. и подготовл. к печати Б.М.Трояновским. – М.: Энергоатомиздат.1993. – 384 с.
8. Канунникова Е.А., Мешихин И.А. (ФГУП «НПП ВНИИЭМ»). Применение суперэлементов в прочностных расчетах элементов космических аппаратов. Вопросы электромеханики Т. 121 2011. С.31-34.
9. Сутырин В.И. Возможности повышения эффективности метода конечных элементов при проектировании корпусных конструкций. Судостроение. 2003 №6. С.9-10.
10. Вороненок Е. Я. Метод редуцированных элементов для расчёта конструкций / Е. Я. Вороненок, О. М. Палий, С. В. Сочинский. – Л.: Судостроение, 1990. – 224 с.