



Kinematics Design of a 3 DOF Ankle Rehabilitator

Agustín Barrera Sánchez, Wilberth Melchor Alcocer Rosado,
Mc. Miguel Ángel García Velarde, Andrés Blanco Ortega,
Arturo Abúndez Pliego and Jorge Colin Ocampo

EasyChair preprints are intended for rapid dissemination of research results and are integrated with the rest of EasyChair.

March 20, 2021

Cinemática del diseño de un prototipo rehabilitador de tobillo de tres grados de libertad.

Agustín Barrera Sánchez*. Wilberth Melchor Alcocer Rosado*. Miguel Ángel García Velarde*. Andrés Blanco Ortega*. Arturo Abúndez Pliego*. Jorge Colin Ocampo*.

*Tecnológico Nacional de México / CENIDET. Av. Palmira esq. Apatzingán s/n. Col. Palmira. Cuernavaca, Morelos, México. C.P. 62490. E-mail: agustin.barrera19me@cenidet.edu.mx

Resumen: En este trabajo se presenta el análisis cinemático utilizado para validar la funcionalidad del diseño y construcción de un prototipo rehabilitador de tobillo de tres grados de libertad de movimiento pasivo continuo, capaz de realizar los movimientos básicos del tobillo, flexión/extensión, supinación/pronación y abducción/aducción. Se realiza la síntesis de dos cadenas cinemáticas, utilizando las ecuaciones de cierre de circuito y de Euler, que permiten determinar las longitudes, velocidades y aceleraciones de los actuadores lineales del mecanismo para cumplir con las posiciones y movimientos de la plataforma móvil del rehabilitador. Los perfiles de trayectoria para los movimientos de la plataforma del rehabilitador se basaron en polinomios 4-5-6-7.

Palabras clave: cinemático, rehabilitador, flexión/extensión, supinación/pronación, abducción/aducción, cadenas cinemáticas, efector final, movimiento.

1. INTRODUCCION

El tobillo es una articulación que desempeña un rol importante en la vida de las personas porque permite la movilidad y desplazamiento en su actividad cotidiana. Esta articulación es fundamental para soportar el peso y equilibrar la carga del cuerpo humano.

Debido al movimiento que realiza el tobillo, frecuentemente sufre lesiones físicas que, dependiendo del grado y la fase de recuperación, requieren de tratamientos no solo analgésicos sino de índole fisioterapeuta para su recuperación. El tratamiento adecuado para la recuperación del tobillo, ayuda a prevenir la aparición de la inestabilidad crónica y aumenta la amplitud de movimiento, así como la resistencia de los músculos y ligamentos, controla la motricidad, mejora la propiocepción y las condiciones de pacientes con enfermedades neuromusculares [1, 2, 3, 4].

En la rehabilitación existen dispositivos auxiliares para realizar terapias físicas (Figura 1), en los cuales es evidente su gran limitación sobre la variedad de ejercicios necesarios para lograr su objetivo, además de no permitir hacer un correcto diagnóstico del avance del paciente. Los ejercicios para la rehabilitación, se realizan en rutinas o series de repeticiones que requieren de tiempo, son tediosas y algunas de ellas complicadas. Se requieren dispositivos que permitan ejercicios precisos y adecuados para la rehabilitación del paciente. Por lo tanto, es necesario introducir a los procesos de rehabilitación dispositivos mecatrónicos, que faciliten el trabajo a los terapeutas y permitan reducir los tiempos de atención a los pacientes [5, 6]. Así como,

brindar una correcta y oportuna rehabilitación y ofrecer terapias personalizadas sin (o con menos) supervisión [7, 8].



Figura 1. Dispositivos de rehabilitación simple.

Se recomienda que se realicen ejercicios con movimiento pasivo, es decir, que sea un terapeuta/dispositivo quien ejerza la fuerza para mover el pie del paciente, y que se realicen ejercicios en los 3 planos anatómicos (Figura 2), así como movimientos combinados para asegurar una mejor recuperación. Los dispositivos que se encuentran propuestos en centros de investigación, en universidades e incluso los desarrollados por particulares en su gran mayoría, se observa que algunos son redundantes y/o sobreactuados o no proveen los 3 tipos de movimiento del pie y aquellos que los proveen resultan demasiado costosos con mantenimientos complicados.



Plano	Movimiento	RDM (grados)
Sagital (y)	Plantarflexión	30
	Dorsiflexión	50
Frontal (x)	Inversión	52
	Eversión	52
Transverso (z)	Aducción	45
	Abducción	45

Figura 2. Movimientos angulares y rangos máximos del tobillo.

Se propone un *prototipo* orientado a la rehabilitación del tobillo en movimiento pasivo continuo (MPC) y proveerá los tipos de movimientos básicos y combinados. El mecanismo está basado en un robot paralelo, con 2 actuadores lineales y uno rotativo. Validado a través de los métodos de lazo vectorial y la identidad de Euler, para obtener los modelos matemáticos que facilitan determinar la posición del efector final [1].

2. PROTOTIPO REHABILITADOR DE 3 GDL

2.1 Sistema mecánico.

Se considera que el mecanismo cumpla con los movimientos básicos del pie, con una configuración de robot paralelo de 2RPS+1R-1S (2 actuadores lineales con una articulación de revoluta, una prismática y una esférica; más la base giratoria con una articulación de revoluta; y el poste de soporte con una articulación esférica). También debe soportar cierta carga generada por el paciente al estar sentado, con el pie a rehabilitar apoyado en el efector final del mecanismo (Figura 3).

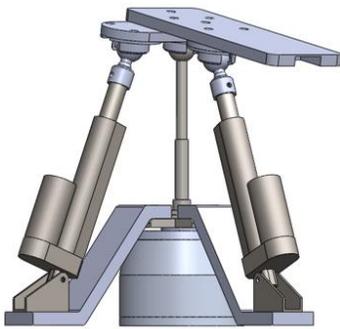


Figura 3. Prototipo rehabilitador de 3 gdl.

El prototipo está constituido por tres principales partes: una base fija, una base giratoria y el efector final: a) La base fija, es la parte del rehabilitador donde se aloja el actuador rotativo para realizar los movimientos de abducción/aducción y está formada por: la tapa de motor, un alojamiento de motor, el motor NEMA 23HS7628, un anillo de retención, un alojamiento de rodamiento, un rodamiento y el eje de base giratoria; b) La base giratoria, donde se colocan los actuadores lineales JS-TGS-U1 que proveerán los movimientos de Plantarflexión/Dorsiflexión y Supinación/Pronación y consta de: un cubo que se fija al eje de base giratoria, un poste y dos brazos los cuales se atornillan al cubo, dos soportes de actuador que se fijan a la parte inferior de cada brazo, dos actuadores lineales que se colocan en cada soporte, dos esferas sujetadas a los pistones de cada actuador lineal; c) El efector final, donde se coloca el tobillo del paciente y está constituido por: tres cuencas inferiores que se colocan tanto en las esferas como la parte superior del poste, un alojamiento sencillo que se fija a una cuenca inferior de uno de los dos actuadores, un alojamiento doble que se coloca en dos cuencas inferiores, de las cuales, una está en el poste y la otra en

el segundo actuador y una plataforma que se atornilla a los alojamientos (Figura 4)



Figura 4. a) Base fija, b) Base giratoria y c) Efector final.

Para el peso del pie se consideró a un ciudadano promedio, el cual pesa 74.8 kilogramos [9], y el peso del pie relativo al cuerpo, por la posición en la que se consideró al paciente [10] el pie y la pierna representan el 6.1% del peso corporal, aproximadamente 4.5628 kg. También es importante considerar la longitud del efector final del mecanismo, es decir, la plataforma móvil sobre la cual se apoyará el pie; de acuerdo a [11] se estableció que ésta sea de 30 cm.

Para definir los perfiles de movimiento y establecer una velocidad angular máxima, al igual que un perfil de aceleración, Syrseloudis [12] menciona haber empleado un sensor para medir la velocidad angular con varios pacientes sanos. La máxima velocidad registrada fue de 9.3 rad/s. Ya que en el proceso de rehabilitación se recomiendan movimientos lentos, se consideró una velocidad máxima de 0.93 rad/s.

2.2 Instrumentación del sistema.

Para el manejo de las señales y control de cada uno de los actuadores se utilizó la tarjeta con el integrado TB6560 para el actuador rotativo, la tarjeta controladora L298N para los actuadores lineales y una tarjeta Arduino UNO ver Figura 5.

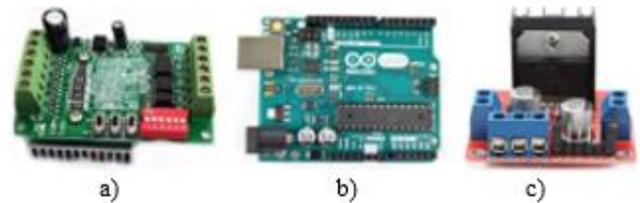


Figura 5. a) Tarjeta TB6560, b) Arduino UNO y c) Tarjeta L298N

2.3 Análisis cinemático.

El análisis de movimiento del mecanismo, se realizó a través de la síntesis de la cadena cinemática que producirá los movimientos en el plano frontal con un método gráfico. Ya que se emplearon actuadores lineales comerciales, fue necesario consultar las dimensiones de aquellos disponibles para tomarlas en cuenta en la síntesis como se muestra en la Figura 6. De la Figura 6, se obtiene el modelo matemático del movimiento de entrada, para que el efector final del prototipo tenga como resultado el movimiento de supinación/pronación, el cual, es realizado por el actuador lineal que se ubica en el plano frontal,

esto es considerando que se conocen físicamente las dimensiones de los elementos que constituyen el circuito vectorial de la cadena.

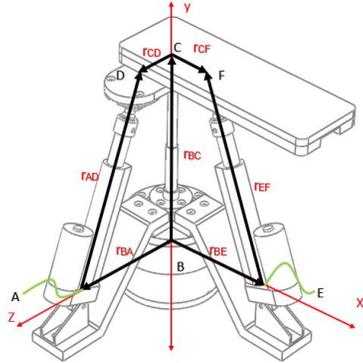


Figura 6. Cadena cinemática del mecanismo primer octante, vista isométrica y posición neutral.

En el análisis de circuito vectorial los eslabones r_{BA} , r_{BC} y r_{CD} están definidos (carrera y longitudes del actuador totalmente retraído y totalmente extendido), así como, los ángulos θ_{BA} y θ_{BC} , ya que son distancias y ángulos que se forman por puntos establecidos en el prototipo rehabilitador, considerando que el valor de θ_{CD} es variable se obtiene una ecuación de cierre para el eslabón de entrada r_{AD} que representa la longitud del actuador lineal.

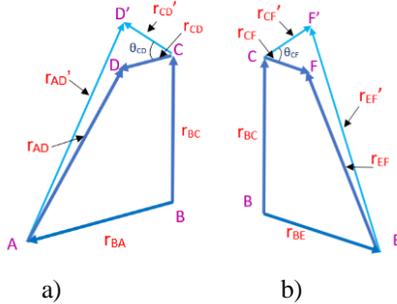


Figura 7. Esquema de cadena cinemática para a) plano frontal y b) plano sagital.

Considerando el esquema de la Figura 7, se realizó el método de lazo vectorial:

$$r_{BC} + r_{CD} = r_{BA} + r_{AD}$$

Aplicando Euler

$$r_{BC}e^{i\theta_{BC}} + r_{CD}e^{i\theta_{CD}} = r_{BA}e^{i\theta_{BA}} + r_{AD}e^{i\theta_{AD}}$$

Resolviendo se obtiene la siguiente ecuación.

$$r_{AD} = [r_{BA}^2 + r_{BC}^2 + r_{CD}^2 + 2r_{CD}[(\cos\theta_{CD})r_{BA} + (\sin\theta_{CD})r_{BC}]]^{1/2} \quad \text{Ec. 1}$$

De forma análoga se obtuvo la ecuación matemática para definir la longitud del eslabón de entrada en el plano sagital, r_{EF} , en función del parámetro de salida, θ_{CF} . Tomando como referencia el esquema de la Figura 7.

$$r_{EF} = [r_{BE}^2 + r_{BC}^2 + r_{CF}^2 + 2r_{CF}[(\cos\theta_{CF})r_{BE} + (\sin\theta_{CF})r_{BC}]]^{1/2} \quad \text{Ec. 2}$$

2.4 Perfil de movimiento.

En el diseño del movimiento de mecanismos, es necesario considerar el seguimiento de algún perfil de desplazamiento, velocidad y/o aceleración. Es esencial tener el conocimiento del comportamiento de algunas funciones matemáticas, ya que, pueden existir varias funciones que cumplan con el movimiento requerido, pero es posible que no cumplan con los requisitos de velocidad o aceleración. Las funciones polinomiales son muy versátiles, no se limitan a aplicaciones de simple o doble detenimiento y pueden ajustarse a muchas especificaciones. La forma general de una función polinomial es:

$$s = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5 + \dots + c_nx^n \quad \text{Ec. 3}$$

Se realizó el análisis del seguimiento de trayectorias definido por la función del polinomio 4-5-6-7 [13], por sus exponentes, ya que este modelo genera una curva suave para el perfil de aceleración, de esta manera obtener movimientos lentos y controlados, para los tres actuadores que proveen de movimiento al prototipo rehabilitador, evitando cambios bruscos de aceleración que conlleven a una lesión del tobillo, se obtiene de la Ec. 3 al limitar la función de golpeteo a cero y considerando las condiciones de frontera, lo cual nos lleva al polinomio de séptimo grado mostrado en la Ec. 4. De [13] se tiene el modelo matemático para calcular la velocidad máxima y el polinomio 4-5-6-7.

$$W_{\max} = \frac{2.188h}{\beta} \quad \text{en donde:}$$

h es el desplazamiento máximo
 β es el periodo.

$$y = h \left[35 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 84 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 70 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 - 20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^7 \right] \quad \text{Ec. 4}$$

El análisis para el desplazamiento de flexión-extensión se realizó de la siguiente manera:

$$\beta = \frac{2.188(h)}{w_{\max}} \text{ seg.}; \quad w_{\max} = 0.93 \text{ rads/seg}$$

Para el movimiento de flexión se toma el desplazamiento máximo de 30° , se convierte en radianes y se calcula el periodo.

$$h = 30^\circ = \frac{30 \cdot \pi}{180} = 0.52360; \quad \beta = \frac{2.188(0.52360)}{0.93} = 1.2319 \text{ seg.}$$

Considerando que “y” es el desplazamiento con respecto al tiempo $y(t) = \theta_{FE}(t)$; $\theta = t$, se sustituyen estos términos y el periodo en el polinomio 4-5-6-7, teniendo como resultado el siguiente modelo matemático para cada intervalo de tiempo.

$$\theta_{FE}(t) = \begin{cases} 30 \left[35 \left(\frac{t}{1.2319} \right)^4 - 84 \left(\frac{t}{1.2319} \right)^5 + 70 \left(\frac{t}{1.2319} \right)^6 - 20 \left(\frac{t}{1.2319} \right)^7 \right]; & 0 \leq t \leq 1.2319 \\ 30 - 80 \left[35 \left(\frac{t-1.2319}{3.2851} \right)^4 - 84 \left(\frac{t-1.2319}{3.2851} \right)^5 + 70 \left(\frac{t-1.2319}{3.2851} \right)^6 - 20 \left(\frac{t-1.2319}{3.2851} \right)^7 \right]; & 1.2319 < t \leq 4.517 \\ (-50) + 50 \left[35 \left(\frac{t-4.517}{2.0531} \right)^4 - 84 \left(\frac{t-4.517}{2.0531} \right)^5 + 70 \left(\frac{t-4.517}{2.0531} \right)^6 - 20 \left(\frac{t-4.517}{2.0531} \right)^7 \right]; & 4.517 < t \leq 6.5701 \end{cases} \quad \text{Ec. 5}$$

Análogamente se definieron los siguientes polinomios 4-5-6-7 para los movimientos en los planos frontal y transversal, respectivamente:

$$\theta_{SP}(t) = \begin{cases} 52 \left[35 \left(\frac{t}{2.1352} \right)^4 - 84 \left(\frac{t}{2.1352} \right)^5 + 70 \left(\frac{t}{2.1352} \right)^6 - 20 \left(\frac{t}{2.1352} \right)^7 \right]; & 0 \leq t \leq 2.1352 \\ 52 - 104 \left[35 \left(\frac{t-2.1352}{4.2704} \right)^4 - 84 \left(\frac{t-2.1352}{4.2704} \right)^5 + 70 \left(\frac{t-2.1352}{4.2704} \right)^6 - 20 \left(\frac{t-2.1352}{4.2704} \right)^7 \right]; & 2.1352 < t \leq 6.4056 \\ (-52) + 52 \left[35 \left(\frac{t-6.4056}{2.1352} \right)^4 - 84 \left(\frac{t-6.4056}{2.1352} \right)^5 + 70 \left(\frac{t-6.4056}{2.1352} \right)^6 - 20 \left(\frac{t-6.4056}{2.1352} \right)^7 \right]; & 6.4056 < t \leq 8.5408 \end{cases}$$

Ec. 6

$$\theta_{AA}(t) = \begin{cases} 45 \left[35 \left(\frac{t}{1.8478} \right)^4 - 84 \left(\frac{t}{1.8478} \right)^5 + 70 \left(\frac{t}{1.8478} \right)^6 - 20 \left(\frac{t}{1.8478} \right)^7 \right]; & 0 \leq t \leq 1.8478 \\ 45 - 90 \left[35 \left(\frac{t-1.8478}{3.6956} \right)^4 - 84 \left(\frac{t-1.8478}{3.6956} \right)^5 + 70 \left(\frac{t-1.8478}{3.6956} \right)^6 - 20 \left(\frac{t-1.8478}{3.6956} \right)^7 \right]; & 1.8478 < t \leq 5.5434 \\ (-45) + 45 \left[35 \left(\frac{t-5.5434}{1.8478} \right)^4 - 84 \left(\frac{t-5.5434}{1.8478} \right)^5 + 70 \left(\frac{t-5.5434}{1.8478} \right)^6 - 20 \left(\frac{t-5.5434}{1.8478} \right)^7 \right]; & 5.5434 < t \leq 7.3912 \end{cases}$$

Ec. 7

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Análisis del perfil de movimiento.

Una vez establecidos los perfiles de desplazamiento para los movimientos frontales y sagitales, se trazaron los diagramas que relacionan la longitud del actuador lineal y la posición angular del movimiento correspondiente, para ello se utilizó una ecuación (gráfica con puntos) y la simulación con SolidWorks Motion (línea continua). En la Figura 8 se muestra la comparación de la ecuación 1 y el resultado de la simulación de SolidWorks Motion del movimiento frontal. La comparación de la ecuación 2 y el resultado de la simulación del movimiento sagital.

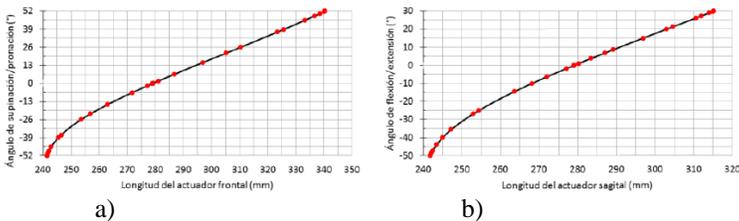


Figura 8. a) Gráficas de la ecuación 1 y la simulación del movimiento frontal. b) Gráficas de la ecuación 2 y la simulación del movimiento sagital.

En la Figura 9 se muestran los diagramas de velocidad de los actuadores sagital y frontal. En estos se aprecia que alcanzan una rapidez máxima de 65 mm/s aproximadamente. Por lo que es deseable que los actuadores físicos alcancen una velocidad superior a los 65 mm/s.

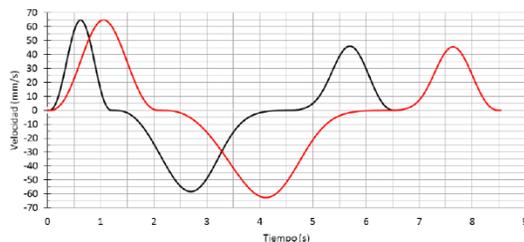


Figura 9. Velocidades lineales de los actuadores sagital (línea negra) y frontal (línea roja).

Para el actuador rotativo que proporciona el movimiento de abducción/aducción, definido por el perfil de la ecuación 7 se realizó un análisis similar al empleado para los actuadores lineales. Se introduce la ecuación en SolidWorks Motion para obtener $\alpha_{AA}(t)$ y se calcula, con el mismo complemento a I_{yy} . Luego se calcula T_{at} . En la Figura 10 se muestra el comportamiento del torque, donde se aprecia que el torque máximo es de 3.8 kg·cm aproximadamente, por lo que el motor debe ser capaz de proveer uno mayor.

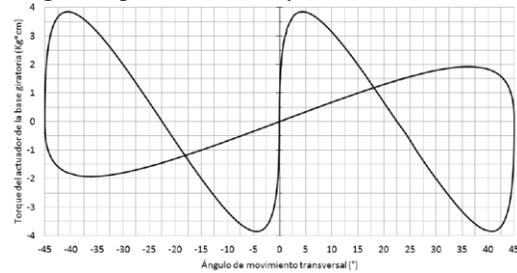
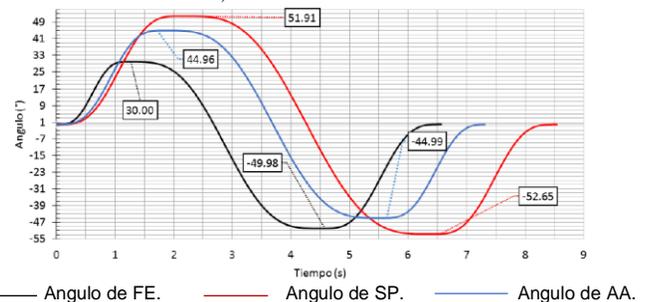


Figura 10. Torque del actuador rotativo.

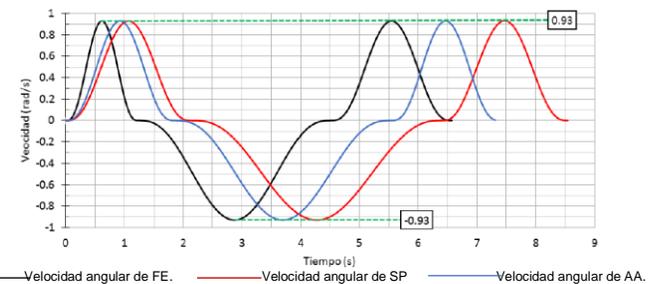
3.2. Validación del prototipo virtual.

En la Figura 11 se aprecia que el mecanismo cumple con los rangos de movimiento requeridos y establecidos con el perfil de movimiento en las ecuaciones 5, 6 y 7; en la Figura 12 se observa que la velocidad angular máxima es de 0.93 rad/s, como se estableció; en la Figura 13 se muestran los perfiles de aceleración angular. Observe que estas curvas para los tres tipos de movimiento son suaves, tal como se definió desde el inicio.



— Angulo de FE. — Angulo de SP. — Angulo de AA.

Figura 11. Diagramas de desplazamiento angular, perfiles de trayectorias para los movimientos de la plataforma del rehabilitador.



— Velocidad angular de FE. — Velocidad angular de SP. — Velocidad angular de AA.

Figura 12. Diagramas de velocidad angular

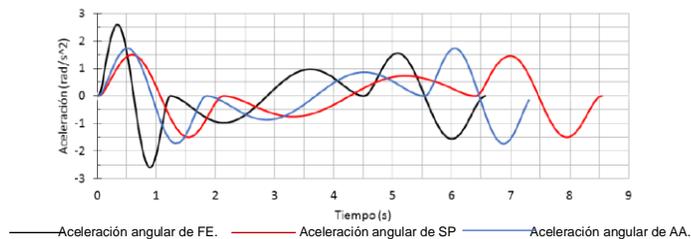


Figura 13. Diagramas de aceleración angular.

3.3. Pruebas al prototipo.

Se realizaron las pruebas de movimiento al prototipo sin carga para validar los rangos de movimiento (RDM) del rehabilitador. Los ángulos en los planos sagital y frontal se midieron con un software instalado en un dispositivo móvil (software *Angle meter* [14]). En las Figuras 14 y 15 se muestra el rehabilitador en las posiciones extremas, y sus mediciones, de los movimientos sagital y transversales, respectivamente.

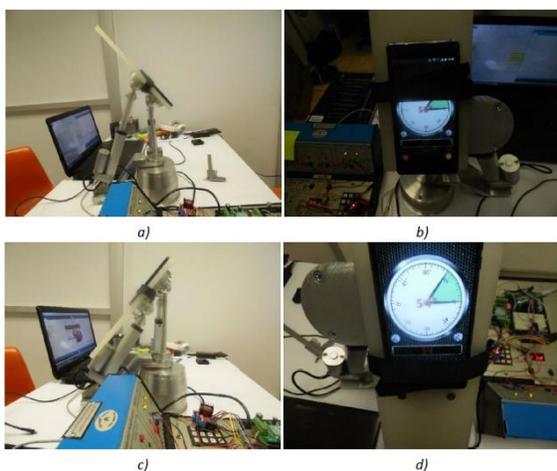


Figura 14. En a y b mecanismo en posición de flexión y la medición del ángulo máximo que alcanza. En c y d mecanismo en posición de extensión y la medición del ángulo máximo.

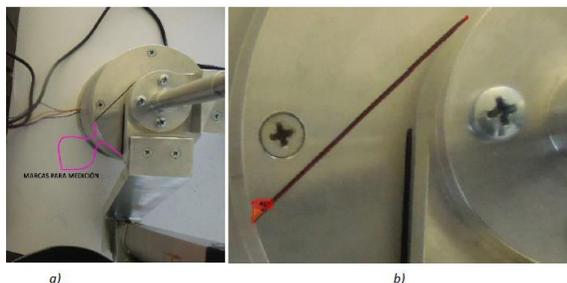


Figura 15. a) Marcas para realizar las mediciones de los ángulos y b) Medición del ángulo con avance de motor a 25 pasos.

En la Tabla 1 se comparan los resultados obtenidos de las pruebas con el prototipo físico contra los resultados esperados.

Los movimientos en el planos sagital y frontal muestran resultados de RDM mayores a los establecidos. Para el movimiento transversal no existe un límite mecánico para evitar que el ángulo pase de los 45° establecidos, el mecanismo puede girar hasta 360° en el plano transversal. Sin embargo, en el programa se estableció que el motor sólo avance 25 pasos [1], lo que equivale a 45°. Puede observarse que los rangos para los cuales se diseñó el mecanismo se cumplen.

Tabla 1 Resumen de los resultados de las pruebas sobre el prototipo físico para validar rangos de movimiento.

Movimiento	RDM establecido (°)	RDM obtenido (°)	Tolerancia* (%)
Flexión	30	55	83.33**
Extensión	50	54	8
Extensión del actuador frontal	52	54	3.85
Retracción del actuador frontal	52	52	0
Rotación en el plano transversal en dirección 1	45	44	-2.22
Rotación en el plano transversal en dirección 2	45	44	-2.22

* La tolerancia se toma respecto al RDM establecido. Un valor positivo (negativo) indica un RDM mayor (menor) al establecido.

** Esto se debe a, como se explicó en el párrafo previo a la tabla, las consideraciones del diseño.

Se realizaron pruebas con carga. Se contó con tres personas sanas, una de 48, una de 68 y una de 85 kg, además de una carga de prueba de 4.5 kg. Para las pruebas, se sujetó el pie al efector final mediante una cinta de velcro, Figura 16, y se le solicitó a la persona no ejercer fuerza en el pie. El movimiento se lleva a cabo sin dificultades. Se limitó el RDM durante la prueba para evitar daño al sujeto.



Figura 16. Pruebas con carga.

4. CONCLUSIONES

Se realizó el diseño de un mecanismo rehabilitador de tobillo de movimiento pasivo continuo que permite realizar los 3 tipos de movimientos básicos del pie, flexión/extensión, abducción/aducción, supinación/pronación, y algunos movimientos combinados.

Es común que los robots paralelos sean sobreactuados, esto aumenta su complejidad tanto desde el punto de vista cinemático y cinetostático, como también su costo. Según su aplicación, pueden ser redundantes. Es decir que, presentan más GDL de los necesarios. La configuración de este diseño presenta una ventaja importante: permite controlar 3 coordenadas generalizadas con tres actuadores. Para los movimientos sagitales y frontales, una de las cadenas cinemáticas debe ser pasiva, y se destaca la

adición de un actuador rotativo que permite desacoplar sus movimientos con respecto a los movimientos de los actuadores lineales. Tal configuración permitió obtener un robot paralelo que, a diferencia de otros rehabilitadores de tobillo capaces de realizar los 3 tipos de movimientos básicos del pie, no es redundante [15, 16, 17].

Otro punto importante del proyecto es el análisis cinemático del mecanismo para relacionar la longitud del actuador lineal con respecto a la posición angular del efector final en cada movimiento, así como, el diseño de los polinomios que definen los movimientos de salida. Aunque en el presente documento no se hace mención y no se implementa una ley de control, para cuestiones de diseño fue necesario aplicar estos polinomios y hacer simulaciones de movimiento del mecanismo para determinar y definir las trayectorias que recorre el prototipo. Se aprecia que el mecanismo está diseñado para cumplir con los rangos de movimiento establecidos, con la velocidad máxima definida y, un aspecto de suma importancia en la rehabilitación, no presentar cambios bruscos de aceleración. En las pruebas con el prototipo físico, se obtuvo que los rangos de movimiento del prototipo superan los rangos establecidos [1].

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo del Conacyt y del Tecnológico Nacional de México a través del proyecto 9213.20-P, para la realización de este trabajo.

Referencias

- [1] Miguel Ángel García Velarde, Prototipo Rehabilitador de Tobillo de Tres Grados de Libertad, Tesis de maestría, Departamento de ingeniería mecánica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Cuernavaca, Mor, Méx, 2019.
- [2] Wilberth Melchor Alcocer Rosado, Diseño y Construcción de una Máquina de Rehabilitación de Tobillo con Sistema de Control de Impedancia, Tesis de Doctorado, Departamento de ingeniería mecánica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Cuernavaca, Mor, 2016.
- [3] W. M. A. Rosado, A. B. Ortega, L. G. V. Valdés, J. R. Ascencio, C. D. G. Beltrán, «Active Rehabilitation Exercises With a Parallel Structure Ankle Rehabilitation Prototype,» *IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS*, vol. 15, n° 5, pp. 786-794, 2017.
- [4] C Zöch, V Fialka-Moser, M Quittan, «Rehabilitation of ligamentous ankle injuries: a review of recent studies,» *Br J Sports Med*, vol. 37, n° 4, p. 291–295, 2003.
- [5] Wilberth Alcocer, Luis Vela, Andrés Blanco, José González, Marco Oliver, «Principales tendencias en el desarrollo de dispositivos de rehabilitación para tobillo,» *Dyna*, vol. 79, n° 176, pp. 45-55, 2012.
- [6] F A G Becerra, “Diseño y construcción de un mecanismo para la rehabilitación de tobillo basado en una mesa X-Y”, Tesis de maestría, Departamento de ingeniería mecatrónica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Cuernavaca, Mor, Méx, ene 2013
- [7] Muhammad Nazrin Shah, Shafriza nisha Basah, Khairunizam Wan, Shahrman Abu bakar, «Conceptual design for robot-aided ankle rehabilitation device,» *Jurnal Teknologi*, vol. 76, n° 12, pp. 45-52, 2015.
- [8] Camilo, José A. Santana, “Control numérico en una máquina de rehabilitación para tobillos”, Tesis de maestría, Departamento de ingeniería mecánica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Cuernavaca, Mor, Méx, 2018.
- [9] Animal Político (2012, feb 8). ¿Cuánto pesamos l@s mexican@s? Accedido dic 25, 2017. [En línea]. Disponible: <http://www.animalpolitico.com/2012/02/cuanto pesamos-ls-mexicans/>
- [10] R F Batista et al, “Modelo de sistema de control de prótesis de rodilla transfemoral para un ciclo de marcha”, *RIELAC*, vol. 33, no. 2, pp. 42-49, 2012.
- [11] Consulta Mitofsky (2010, feb 10). El tamaño del calzado de los mexicanos. Accedido dic 25, 2017. [En línea]. Disponible: <http://www.consulta.mx/index.php/estudios-e-investigaciones/mexico-opina/item/610-eltamano-del-calzado-de-los-mexicanos>
- [12] C E Syrseloudis et al, “Design of a simple and modular 2-dof ankle physiotherapy device relying on a hybrid serial-parallel robotic architecture”, *Appl Bionics Biomech – Assistive Rehab Robotics*, vol. 8, no. 1, pp. 101-114, ene 2011
- [13] Diseño de Maquinaria, Robert L. Norton, Segunda edición, Ed. Mc Graw Hill.
- [14] *Angle meter*. Software libre en sistema *Android* de los dispositivos móviles.
- [15] Rutgers: Tele-Rehabilitation Institute (2011, oct 14). Rutgers Ankle. Accedido sep 25, 2017. [En línea]. Disponible: <http://www.ti.rutgers.edu/RutgersAnkle.php>
- [16] M Zhang *et al*, “Adaptive patient-cooperative control of a compliant ankle rehabilitation robot (CARR) with enhanced training safety”, *IEEE Trans Ind lectronics*, vol. 65, no. 2, pp. 1398-1407, feb 2018
- [17] C Wang *et al*, “Design and kinematical performance analysis of a 3-RUS/RRR redundantly actuated parallel mechanism for ankle rehabilitation”, *J Mechanisms Robotics*, vol. 5, no. 4, pp. 041003-1-041003-11, nov 2013